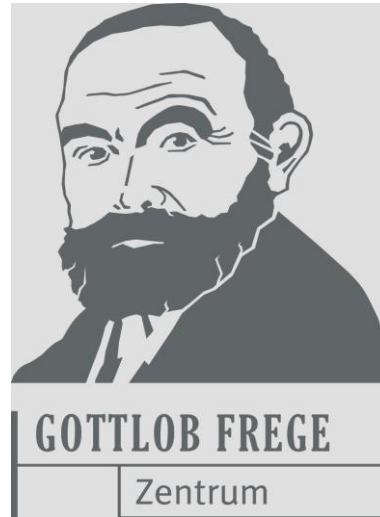


# Hochschule Wismar Gottlob Frege Centre

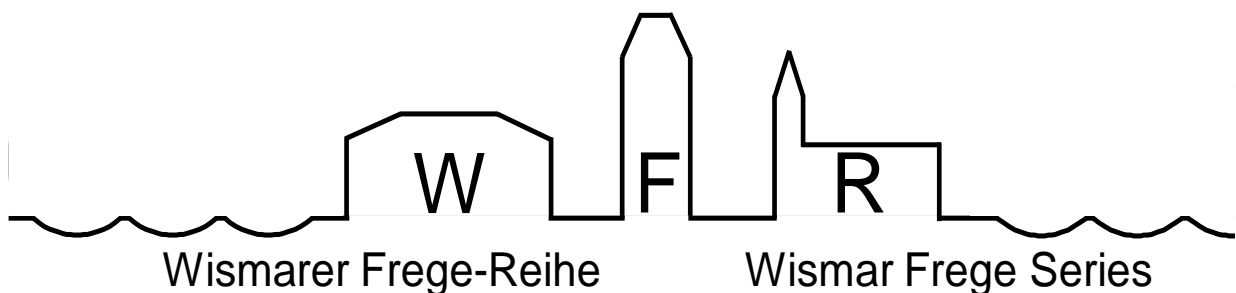


**Christian Thiel**

## **Gottlob Freges späte Wirkung**

Vortrag anlässlich der Frege-Ehrung 1998

Heft 01 / 2021



Das **Gottlob-Frege-Zentrum** wurde am 7.11. 2000 an der Hochschule Wismar gegründet. Seine Mitglieder setzen sich für eine wissenschaftlich begründete, praxisorientierte, moderne und international ausgerichtete Ausbildung in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Grundlagendisziplinen ein.

Weitere Informationen zum Gottlob-Frege-Zentrum finden Sie im Netz unter

**[www.hs-wismar.de/frege](http://www.hs-wismar.de/frege)**

bzw. auf der Netzseite

**<https://www.hs-wismar.de/vernetzung/institutionen-hochschulunternehmen/gottlob-frege-zentrum/>**

Die Wismarer Frege-Reihe ist urheberrechtlich geschützt. Eine Vervielfältigung ganz oder in Teilen, ihre Speicherung sowie jede Form der Weiterverbreitung bedürfen der vorherigen Genehmigung durch den Herausgeber.

ISSN 1862-1767

Alle Rechte vorbehalten.

© Hochschule Wismar 2021.  
Printed in Germany

## **Vorwort des Herausgebers**

Im Rahmen eines Romanprojektes zum Leben und Wirken Gottlob Freges bekamen wir als Autoren (Joachim Framm, Edith Framm, Dieter Schott) Kontakt zu dem bekannten Philosophen und Wissenschaftstheoretiker Professor Christian Thiel, der über Gottlob Freges Beitrag zu den Begriffen ‚Sinn‘ und ‚Bedeutung‘ in der Logik promovierte und sich auch später weiter mit seinem Werk beschäftigte. Dabei erfuhren wir, dass sein Manuskript zum Vortrag „Gottlob Freges späte Wirkung“ aus dem Jahre 1998 anlässlich der Frege-Ehrung der Stadt Wismar zum 150. Geburtstag seines großen Sohnes bisher nicht veröffentlicht wurde. Daher hatten wir die naheliegende Idee, dieses Manuskript in der Wismarer Frege-Reihe nun endlich der Öffentlichkeit zugänglich zu machen. Professor Thiel war zu unserer Freude damit einverstanden.

In der Öffentlichkeit war und ist Gottlob Frege wenig bekannt, selbst in der Region Wismar. Es war das Verdienst der Hansestadt, die Gelegenheit eines Jubiläums im Jahre 1998 zu nutzen, um sein Schaffen in der Heimatstadt einem größeren Publikum vorzustellen. Die Wismarer Frege-Ehrung umfasste damals vier über das Jahr verteilte Vorträge von Frege-Experten (Lothar Kreiser, Christian Thiel, Hans Sluga, Franz von Kutschera), die ursprünglich gemeinsam bis zum Jahresende 1998 gedruckt vorliegen sollten. Aus verschiedenen Gründen konnte der Abgabetermin nicht gehalten werden, sodass das Publikationsvorhaben schließlich ganz unterblieb.

Der Vortrag von Christian Thiel war, wie die drei anderen Vorträge auch, für eine breite Öffentlichkeit bestimmt. Daher ist er in großen Teilen leicht verständlich. Ich danke Professor Thiel herzlich für die Bereitschaft zum Abdruck in der Wismarer Frege-Reihe und wünsche allen Lesern viel Vergnügen. Ich hoffe, damit einen weiteren kleinen Baustein zu liefern, um Gottlob Freges Leistungen zu würdigen und im kulturellen Gedächtnis zu verankern.

*Dieter Schott*

August 2021

**Christian Thiel**

## **Gottlob Freges späte Wirkung**

Das im Titel angesprochene Faktum lässt sich kaum überzeugender vor Augen führen als durch den Zeitpunkt 1998 der „Frege-Ehrung“, mit der die Stadt Wismar des 150. Geburtstags ihres international wohl bekanntesten Sohnes gedachte. Freges 100. Geburtstag nämlich hatte, soweit ich weiß, nirgendwo auf der Welt durch eine Feier, einen Festvortrag oder auch nur einen Zeitschriftenaufsatz Beachtung gefunden. Freilich, die Menschen hatten 1948, nach dem Ende eines katastrophalen Weltkrieges, und insbesondere im Nachkriegsdeutschland, ganz andere Sorgen. Dass dies der verständlichste, keineswegs aber der einzige Grund war, möchte ich mit den folgenden Ausführungen zeigen.

Herr Professor Kreiser hat in seinem Eröffnungsvortrag zu dieser Reihe<sup>1</sup> nicht nur die Ziele des Fregeschen Lebenswerkes verdeutlicht, sondern (als der zweifellos beste Kenner der Biographie Freges) auch Freges Familienhintergrund und seinen Lebensweg geschildert, vom Wirken im akademischen Bereich und in der Wissenschaft bis hin zu Freges umstrittenen Reflexionen zur Situation Deutschlands in den ersten Jahren der Weimarer Republik. Er hat mich damit nicht nur einer schwierigen und anspruchsvollen Aufgabe enthoben, sondern auch das Spektrum der folgenden, ursprünglich ebenfalls als Vortrag konzipierten Überlegungen vorgezeichnet. Da Professor Kreiser in seinem Vortrag auch eindrucksvoll klargemacht hat, wie immens und folgenreich die Wirkung Freges in der heutigen Wissenschaft ist, will ich mich im Folgenden darauf beschränken, unter dem Titel „Freges späte Wirkung“ meine Gedanken darüber vorzutragen, weshalb diese Wirkung so lange auf sich warten ließ. Und da das nicht möglich ist ohne Wissen darum, *was* denn diese Wirkung gehabt hat oder hätte haben können, werde ich zumindest einige der wichtigsten Leistungen Freges, unter Hinweis auf die Schriften, in denen sie dokumentiert sind, vorzustellen versuchen.

Die Frage nach der Wirkung von Freges Schaffen ist keine bloß theoretische, keine „abgehobene“ Frage, sondern von praktischer Bedeutung für die Geschichtsschreibung der Wissenschaften im 20. Jahrhundert. Denn was Frege angeht, stehen wir hier vor einem Paradoxon: einerseits gilt Frege als „einer der größten abendländischen Denker überhaupt. Ein Denker vom Rang und der Tiefe

eines Leibniz“,<sup>2</sup> und Autor eines „logischen Meisterwerks, das an Originalität und Tragweite nur mit Aristoteles' Analytiken verglichen werden kann“,<sup>3</sup> andererseits übergeht ihn einer unserer einflussreichsten Mathematikhistoriker in seinen Darstellungen der Entwicklung von Logik und mathematischer Grundlagenforschung fast völlig, mit der Begründung, dass Frege praktisch keine zeitgenössische Wirkung gehabt habe und damit für den Historiker gewissermaßen nicht existiere.<sup>4</sup>

Ein Paradoxon ist das freilich nur scheinbar, denn natürlich könnte jemand der größte Logiker seit Aristoteles und sogar einer der größten abendländischen Denker überhaupt gewesen sein, und die Menschheit könnte es dennoch erst ein Jahrhundert später bemerkt haben. Wer als Historiker seine Aufgabe in der Darstellung von Wirkungsgeschichte im engsten Sinne sieht, wird dann in der Tat so verfahren müssen wie unser Mathematikhistoriker. Ich verstehe die Aufgabe des Wissenschaftshistorikers anders, aber so wichtig diese Grundsatzfrage auch ist, sie gehört doch bestenfalls einleitend zu meinem Thema und tritt zurück gegenüber der Frage, ob denn die behauptete Erfolglosigkeit Freges zu seiner Zeit nicht bestätigt werde durch dessen eigene Diagnose „der kühlen Aufnahme, oder besser gesagt, des Mangels an Aufnahme“<sup>5</sup> seiner *Begriffsschrift* von 1879, seiner *Grundlagen der Arithmetik* von 1884 und seines Vortrags *Function und Begriff* von 1891 bei den Mathematikern. In der Tat konnte sich Frege z.B. mit Recht beklagen,<sup>6</sup> dass seine *Grundlagen der Arithmetik* weder in Helmholtz' Abhandlung über „Zählen und Messen“<sup>7</sup> noch in Kroneckers Aufsatz „Ueber den Zahlbegriff“<sup>8</sup> auch nur erwähnt worden waren. Und haben nicht auch fast alle Frege-Autoren an irgendeiner Stelle beklagt, dass Freges Schriften entweder ignoriert wurden oder aber unverstanden oder missverstanden blieben?

Ich möchte diese Fragen beantworten, und will dies in drei Schritten tun.

*Erstens* werde ich mich gegen die Einschätzung wenden, Frege sei mit seinem Werk in der damaligen Wissenschaftlergemeinschaft isoliert gewesen.

*Zweitens* versuche ich zu klären, weshalb gerade die aus unserer heutigen Sicht bedeutsamsten Neuerungen Freges zu seinen Lebzeiten nicht verstanden oder aber negativ gewürdigt wurden.

*Drittens* zeige ich, weshalb Freges Werk gerade bei Erreichen seiner höchsten Reife tatsächlich für geraume Zeit der Vergessenheit anheimfiel und wie

es erst allmählich das hohe Ansehen erlangte, das wir ihm heute entgegenbringen. Schließen will ich mit einem Versuch, ganz knapp ein Bild Gottlob Freges zu skizzieren, das sowohl seiner persönlichen Leistung als auch der heutigen wissenschaftlichen Bedeutung seines Werkes gerecht wird.

Zunächst also zu meiner These, Frege sei zu seiner Zeit als Wissenschaftler nicht isoliert gewesen. Genauer will das besagen: er ist nicht isolierter gewesen, als es andere der damals noch wenigen Autoren auf dem Gebiet der mathematischen Logik waren. Freges *Begriffsschrift* wurde noch im Erscheinungsjahr 1879 dreimal rezensiert, im folgenden Jahr zweimal und im nächsten Jahr noch einmal – die beiden letzten Rezensionen stammten von ausgewiesenen Experten wie John Venn und Ernst Schröder, dessen sehr kritische, aber im Ton wohlwollende Besprechung sogar den ungewöhnlichen Umfang von 13½ Seiten erreichte. Als positiv ist auch zu vermerken, dass die *Begriffsschrift* noch 1880 in Georg Leonhard Rabus' Überblick *Die neuesten Bestrebungen auf dem Gebiete der Logik bei den Deutschen [...]*<sup>9</sup> auf anderthalb Seiten vorgestellt wurde. Freges *Die Grundlagen der Arithmetik* von 1884 erhielt im Jahr darauf vier Rezensionen und 1886 eine weitere, außerdem nahmen Ernst Schröder 1890 im ersten Band seiner *Vorlesungen über die Algebra der Logik*<sup>10</sup> und Edmund Husserl 1891 in seiner *Philosophie der Arithmetik*<sup>11</sup> recht ausführlich zu dem Werk Stellung. Über Band I der *Grundgesetze der Arithmetik* finden wir im Erscheinungsjahr eine, im Folgejahr eine weitere und 1895 zwei Rezensionen, davon die eine aus der Feder des berühmten italienischen Mathematikers Giuseppe Peano. Nimmt man den hervorragendsten algebraischen Logiker im damaligen Deutschland, Ernst Schröder, als Vergleichsmaßstab, so erhielt dessen (der Fregeschen *Begriffsschrift* vielleicht vergleichbare) Schrift *Der Operationskreis des Logikkalküls* von 1877 drei Rezensionen, der erste Band seiner monumentalen *Vorlesungen über die Algebra der Logik* von 1890 neun Rezensionen, der erste Teilband des zweiten Bandes 1891 nur eine einzige Rezension, und der dritte Band von 1895 fünf Rezensionen. Es ist keineswegs so, dass Frege demgegenüber deutlich abfiel.

Gegen den Verdacht der „Isolierung“ spricht aber auch der wissenschaftliche Briefwechsel Freges mit Mathematikern wie Moritz Pasch, Giuseppe Peano und David Hilbert, mit den Logikern Louis Couturat, Alwin Korselt, Philip E.B. Jourdain, Giovanni Vailati und Leopold Löwenheim, sowie

mit Philosophen wie Edmund Husserl, Bertrand Russell, Ludwig Wittgenstein und Richard Höningwald, fast alles Namen ersten Ranges, wie ich kaum zu betonen brauche.<sup>12</sup> Von Isolation auch hier keine Spur; Ernst Schröder führte eine ähnlich intensive Korrespondenz, und man wird bei ihm wie auch bei Frege von einer guten Einbindung in ein funktionierendes Kommunikationsnetz der Gelehrten sprechen dürfen, die auf den Gebieten der mathematischen Logik und der Philosophie der Mathematik damals tätig waren.

Woher dann also Freges Klage über mangelnde Aufnahme seiner Ideen? Ich bin damit bei meinem zweiten Punkt, der unbestreitbaren Verständnislosigkeit gegenüber Freges zentralen Ideen. Als diese zentralen Ideen betrachte ich die folgenden drei:

(1) den Aufbau eines strengen Kalküls zur voll kontrollierbaren Ausführung logischer Schlüsse (und damit insbesondere aller mathematischen Beweise),

(2) eine korrekte und inhaltlich angemessene Einführung von Mengen in die Grundlagen der Mathematik,

(3) die Herleitung der arithmetischen Grundbegriffe und Sätze aus rein logischen Begriffen und Axiomen mit Hilfe des nunmehr verfügbaren Mengenbegriffs.

Was die kalkülmäßige, also eindeutigen Rechenschritten vergleichbare Erfassung logischer Schlüsse angeht, so hatte es schon vor Frege Entwürfe dafür gegeben, sogar einen von Hugh MacColl zwei Jahre vor Freges *Begriffsschrift* veröffentlichten und dennoch unbeachtet gebliebenen Aussagenkalkül. Aber diese Kalküle waren parallel zum Kalkül der Arithmetik und in möglichst enger Nachahmung desselben entwickelt worden, während Frege seinen begriffsschriftlichen Kalkül zwar kurioserweise als „eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache“ bezeichnete, aber gerade so konstruiert hatte, dass er mathematische Aussagen logisch verknüpfen konnte, ohne in deren eigenen formalen Aufbau einzugreifen oder gar die in ihnen verwendete Notation mit der logischen zu vermischen.

Für die Logik der Aussagenverknüpfungen wählte er dazu allerdings einen äußerst radikalen Weg, indem er zur Wiedergabe dieser Verknüpfungen auf Buchstaben überhaupt verzichtete und stattdessen ausschließlich verschiedene Sorten von Strichen einsetzte, die miteinander kombinierbar sind und sich dabei

nicht nur wie die normale Schreibschrift in horizontaler, sondern auch in vertikaler Richtung erstrecken können. Dies lässt sich leicht veranschaulichen. Soll etwa der Inhalt einer Aussage A verneint werden, so setzt Frege vor den Buchstaben A zunächst einen horizontalen „Inhaltsstrich“:

$$\text{—} A .$$

Zu lesen wäre das etwa als „der Inhalt von A“ oder „der Umstand, dass A“. An diesen Inhaltsstrich wird nun links ein kleiner vertikaler „Verneinungsstrich“ angefügt,

$$\text{┌} A ,$$

und da der verneinte Inhalt ja wieder ein Inhalt ist, folgt links an ihn anschließend gleich wieder ein Inhaltsstrich, so dass die Verneinung der Aussage A die Gestalt

$$\text{└} A$$

erhält. Durch diese Form ist sie nun auch gleich für etwaige weitere logische Verknüpfungen vorbereitet.

Die für die Mathematik wichtigste derselben ist sicherlich das „Wenn–dann“, und Frege verwendet zum Ausdruck dieser Verknüpfung zwischen den Inhalten zweier Aussagen A und B einen vertikalen „Bedingungsstrich“:

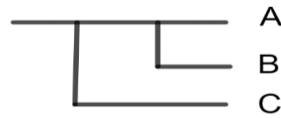
$$\begin{array}{l} \text{—} A \\ \text{—} B \end{array} .$$

Damit drückt dann

$$\text{—} \begin{array}{l} \text{—} A \\ \text{—} B \end{array}$$

den Inhalt aus, dass B Bedingung von A ist, gelesen „A falls B“ oder „wenn B dann A“. Da Verneinung und Bedingung zum Ausdruck aller aussagenlogischen Verknüpfungen ausreichen (weil sich alle anderen mit ihrer Hilfe definieren lassen), beschränkte sich Frege auf diese beiden Grundverknüpfungen. Mit ihnen lässt sich zum Beispiel auch ausdrücken, dass A gilt, wenn *zwei* Bedingungen B und C erfüllt sind





oder dass A gilt, wenn B nicht gilt:



was nichts anderes heißt, als dass A *oder* B gilt (oder auch beides).

Zugegeben, die von Frege vorgeschlagene Schreibweise wirkt zunächst befremdlich, für manchen vielleicht sogar bizarr, und ihre Handhabung erfordert längere Einarbeitung und Gewöhnung. Es verwundert daher kaum, dass sich außer Frege selbst kein Logiker oder Mathematiker zur Annahme dieses Systems hat entschließen können. Aber gerade darum will ich zwei bemerkenswerte Vorzüge der Fregeschen Begriffsschrift nicht verschweigen. Zum einen stehen in einem Begriffsschriftausdruck, der eine komplexe logische Verknüpfung mehrerer mathematischer Aussagen wiedergibt, alle mathematischen Aussagen in ihrer üblichen Notation auf der rechten Seite, während links lediglich das für die vorliegende logische Verknüpfung dieser Aussagen charakteristische Geflecht von Strichen steht. Nicht nur sind der mathematische und der logische Teil in aller wünschenswerten Klarheit getrennt, wir erkennen auch den gelegentlich vorkommenden Sachverhalt, dass die Aussagen zweier verschiedener Aussagensysteme untereinander auf jeweils genau die gleiche Weise logisch verknüpft sind, einfach daran, dass die links stehenden Strichgeflechte beider Systeme in allen Einzelheiten miteinander übereinstimmen, mit anderen Worten: dass sie die gleiche Struktur haben.

Auf spezielle technische Vorzüge der Fregeschen Begriffsschrift einzugehen, ist hier sicher nicht der Ort. Aber eine besonders frappierende Eigenschaft der Fregeschen Strichnotation möchte ich doch zumindest erwähnen. Sie liefert nämlich eine völlig *klammerfreie* Darstellung komplexer logischer Verknüpfungen, weil das Ausweichen in die zweite Dimension – die Vertikale neben der Horizontalen – auf übersichtliche Weise die Klammerungen überflüssig macht, die bei der üblichen linearen Schreibweise nötig sind. Erst Jahrzehnte nach Freges Begriffsschrift hat der polnische Logiker Jan Łukasiewicz eine gleichwertige *lineare* Notation eingeführt. Beide Systeme haben übrigens

noch eine kuriose Eigenschaft, die weder Frege noch Łukasiewicz bekannt sein konnte, aber heute im Zeitalter der Informatik auf Interesse gestoßen ist. Ersetzt man nämlich in einem aussagenlogischen Begriffsschriftausdruck alle Strichverbindungen durch elektrische Leitungen und fügt in allen Leitungsabschnitten, die Verneinungsstrichen und Bedingungsstrichen entsprechen, ein Schaltelement ein, das „Spannung“ durch „Nichtspannung“ ersetzt und umgekehrt (also 1 und 0 vertauscht, was die ältere Technologie durch ein Relais verwirklichte, die heutige durch ein von Transistoren gebildetes „logical gate“), so erhält man unmittelbar eine Realisierung des Begriffsschriftausdrucks (also einer aussagenlogischen Formel) als elektrischen Schaltkreis, der die Allgemeingültigkeit der Formel elektronisch zu testen gestattet.<sup>13</sup>

Die logische Theorie selbst hat allerdings am meisten von Freges nächstem Schritt, der Schöpfung der klassischen Quantorenlogik profitiert. Die Aristotelische Syllogistik untersucht Folgerungsbeziehungen zwischen Aussagen der Form „Alle Menschen sind sterblich“, „Manche Primzahlen sind gerade“ (anders gesagt: „Es gibt gerade Primzahlen“) oder „Kein Mathematiker ist unmusikalisch“. Das sind Aussagen, in denen über ein Quantum etwas ausgesagt wird (über *alle* Menschen oder *alle* Mathematiker, über *manche* Primzahlen), in deren Symbolisierung aber keine logischen Zeichen für diese quantifizierenden Wörter vorkommen. Für die Begriffsbildungen der Mathematik ist das unzureichend, zumal für die neuzeitliche Analysis, wo z.B. die Stetigkeit einer Kurve so definiert wird, dass es für *alle* Punkte von der und der Art und *alle* Zahlen von der und der Art eine weitere Zahl *gibt*, so dass für *alle* Punkte von der und der Art eine bestimmte Wenn-dann-Aussage bezüglich der Kurve gilt.<sup>14</sup> Um auch diesen Bedarf zu befriedigen, führte Frege erstmals in der Geschichte der Logik ein eigenes Zeichen für die All-Operation ein, definierte die Existenz-Operation und die Kein-Operation durch sie, und entwickelte vor allem eine Technik des Umgangs mit diesen neuen, heute als „Quantoren“ bezeichneten Zeichen, welche die von der modernen Mathematik benötigten Schachtelungen von Quantoren vorzunehmen erlaubt (siehe z.B. die Stetigkeitsdefinition oben). Er integrierte das neue Zeichen in seine Strichsymbolik und schuf damit einen Kalkül der klassischen Quantorenlogik, ohne irgendeinen Vorläufer oder ein Vorbild zu haben (was für die Logikhistoriker bis heute rätselhaft ist), und praktisch bereits in der Form, die wir noch heute verwenden. Dies mag zumindest

andeuten, weshalb diese geniale Schöpfung als die größte Einzelleistung der gesamten Logikgeschichte bezeichnet, und Frege als ihr Schöpfer auf diesem Gebiet neben Aristoteles und Leibniz gestellt worden ist.<sup>15</sup> Wir können heute kaum noch die Schwierigkeiten nachvollziehen, welche der Umgang mit den Regeln der neuen Quantorenlogik selbst einem Mathematiker vom Range Peanos bereitete, der den quantorenlogischen Operationen noch 15 Jahre nach ihrer Darstellung durch Frege fremd gegenüberstand: noch 1894 nennt er die ihnen zugrunde liegende Theorie „als solche abstrus, und vermehrt so, wenn man ihre Regeln nicht durch Beispiele erläutert“.<sup>16</sup>

Wie immer dem sei, Freges Begriffsschrift hat sich nicht durchgesetzt, schon weil sie sich im Buchdruck nur mit Handsatz bewältigen ließ und Mühe, Zeit und damit Geld kostete. Bertrand Russell, selbst einstmals von Freges Begriffsschrift abgeschreckt,<sup>17</sup> hat wohl recht, wenn er ihr die Hauptschuld an der zeitgenössischen Abdrängung Freges in eine Außenseiterrolle gibt.

Dennoch kann ich ein ungutes Gefühl bei dieser Feststellung nicht unterdrücken, ist der genannte Grund doch der äußerlichste und theoretisch unwesentlichste. Freges mengentheoretische Anzahldefinition, in der seine Leser ihre alltäglich angewendete Zahlvorstellung nur schwer wiedererkennen konnten, oder die These, dass Mathematik überhaupt nichts anderes sei als eine sehr weit entwickelte Logik, hätten viel gewichtigere Gründe abgeben können. Aber auch die Wissenschaftsgeschichte spricht ihr Urteil nicht auf der Basis der Vernunft, und anders als der Logiker oder *Wissenschaftstheoretiker* kann der *Wissenschaftshistoriker* nicht in die Revision gegen ein solches Urteil gehen. Wir müssen akzeptieren, dass die Zeitgenossen das wissenschaftliche Programm Freges schon aufgrund des von ihm vorgeschlagenen Werkzeugs verworfen hatten, lange bevor dieses für die ihm zugedachten Zwecke zum Einsatz kam.

Ans Tragische grenzt die scheinbare Bestätigung des ablehnenden Urteils durch das Scheitern des Fregeschen Unternehmens an der Zermelo-Russellschen Antinomie. Ich bin damit bei der dritten meiner angekündigten Überlegungen und zugleich bei den bisher außer Betracht gebliebenen zentralen Ideen Freges zum Mengenbegriff, seiner Verwendung für eine Anzahldefinition und damit seiner Rolle im Programm der Zurückführung der Mathematik auf reine Logik. Worin besteht die genannte Antinomie? Sie ergibt sich aus der Frage, ob eine Menge sich selbst als Element angehören kann. So formuliert, erscheint das eher absurd.

Unterscheiden wir nicht eine Menge als die *Gesamtheit* der ihr angehörenden Elemente gerade von diesen selbst? Höchstens in dem Falle, dass eine Menge nur ein einziges Element enthält, scheint eine „Identitätskrise“ dieses Elements oder dieser Menge vorstellbar.

Doch betrachten wir die Sache aus einer anderen Perspektive! Ein Ding ist Element einer bestimmten Menge, wenn es diejenige Eigenschaft hat, die als definierende Eigenschaft der Menge gewählt worden ist. Beispielsweise gehört ein Ding zur Menge aller Vögel, wenn es ein Vogel ist, also die Eigenschaften aufweist, die wir als für einen Vogel charakteristisch ansehen. Daher wird niemand der Feststellung widersprechen, dass die Menge aller Vögel *kein* Vogel ist. Die Menge aller *Mengen* dagegen ist ganz offensichtlich eine *Menge* – und damit offensichtlich ein Element von sich selbst. Die Zermelo-Russellsche Antinomie entsteht, sobald wir die Frage beantworten wollen, ob die Menge aller sich selbst *nicht* als Element angehörenden Mengen sich selbst als Element angehört oder nicht. Aus der Annahme, dass sie es tut, ergibt sich durch rein logische Schlüsse, dass sie es nicht tut; aus der Annahme, dass sie es nicht tut, folgt ebenso logisch, dass sie es tut. Das ist die Antinomie.

Natürlich ahnt man bei der Frage, ob die „Menge aller Mengen, die sich nicht selbst als Element enthalten“, sich selbst als Element angehört oder nicht, dass hier irgendeine Sophisterei ausgebrütet wurde. Vielleicht gibt es ja eine solche Menge gar nicht und man sollte daher eine solche Definition verbieten? Andererseits genügt diese allen Bedingungen, die die klassische Mathematik an korrekte Definitionen stellte, und auch Freges System, das von einfachsten und plausibel klingenden Forderungen ausgeht, erlaubt diese Definition, wenngleich in einer etwas abweichenden Variante, die sich auf Begriffsumfänge bezieht, die selbst unter den Begriff fallen, dessen Umfang sie sind. Die Antinomie aber ergibt sich wie vorher, und Frege musste nach etwa zwanzig Jahren Arbeit an seinem System erkennen, dass es irgendeinen fundamentalen Fehler enthielt. Worin er besteht, darüber haben sich die Gelehrten bis heute nicht geeinigt, und so muss ich Herrn Professor Kreiser Recht geben, wenn er in seinem Vortrag erklärt hat, der Weg zu einem verbesserten Fregeschen System sei eine „bis heute ungelöste Frage“.<sup>18</sup> Wir haben heute viele Wege, die Antinomie zu vermeiden; aber wir wissen weder, welcher dieser Wege auf einer richtigen Diagnose des

unterlaufenen Fehlers beruht, noch welches, ja ob überhaupt eines der reparierten Systeme widerspruchsfrei ist.

Frege hat den Fehler in seiner ursprünglichen Einführung des Mengenbegriffs durch ein Abstraktionsprinzip gesehen und nach der Entdeckung der Antinomie selbst einen Verbesserungsvorschlag gemacht (für den sich heute die Bezeichnung "Frege's Way Out" eingebürgert hat). Er hat diesen aber später wieder aufgegeben und sich damit abgefunden, dass er mit seinem Programm einen Irrweg eingeschlagen habe. Seine philosophisch bemerkenswerten „Logischen Untersuchungen“, in den von Bruno Bauch herausgegebenen *Beiträgen zur Philosophie des Deutschen Idealismus* 1918/19 und 1923 veröffentlicht, verzichteten sogar völlig auf die Symbolisierung logischer Aussagen und Beziehungen. Freges Resignation angesichts des Umstandes, dass ihm keine einleuchtende Diagnose des beim formalen Aufbau von Logik und Mengenlehre offenbar unterlaufenen Fehlers gelang, ist in seinen späten Äußerungen unüberhörbar, und sein letzter Anlauf zu einer radikal veränderten Neubegründung der Mathematik ist über die Anfänge nicht hinausgekommen. Doch ist der Zusammenbruch seines Systems, der im Jahre 1903 gleichzeitig von Frege selbst im Anhang zum zweiten Band seiner *Grundgesetze der Arithmetik* und von Bertrand Russell in einem Anhang seiner *Principles of Mathematics* mitgeteilt und analysiert wurde, paradoxerweise zugleich der Beginn einer wachsenden Anerkennung Freges und seiner Leistungen, eine Entwicklung, die ich nun noch kurz skizzieren möchte.

Zunächst einmal sah es für den Fregeschen Ansatz zappenduster aus: der zweite Band der *Grundgesetze*, in dessen Anhang Frege die Ableitbarkeit der Antinomie in seinem System zugab, wurde von der Fachwelt nicht einmal in einer Rezension gewürdigt, und ich wage nicht zu entscheiden, ob dies als ein Akt der Barmherzigkeit oder als schlichtes Übergehen zur Tagesordnung angesichts eines als verfehlt erwiesenen Systems zu deuten ist. Aber dass Russell in dem eben genannten Anhang von 1903 „die logischen und arithmetischen Lehren Freges“<sup>19</sup> auf vollen 22 Seiten mit offensichtlicher Hochachtung diskutierte, ja am Schluss sogar die Meinung ausdrückte, der erwähnte Fregesche Reparaturvorschlag sei „sehr wahrscheinlich die wahre Lösung“,<sup>20</sup> gab zweifellos vielen zu denken. Nicht ohne Grund schrieb sich Russell selbst das Verdienst zu, als erster auf die Bedeutung Freges aufmerksam gemacht zu haben,<sup>21</sup> wengleich

der Anhang von 1903 in dieser Richtung vermutlich weniger bewirkte als die Hinweise in den von Whitehead und Russell verfassten *Principia Mathematica*, dem *Opus magnum* der Logik des 20. Jahrhunderts, wo schon im Vorwort zum ersten Band von 1910 lakonisch festgestellt wird: “In all questions of logical analysis, our chief debt is to Frege.”<sup>22</sup> Wenn dann auch Philip Jourdain 1912 in seiner Darstellung der Entwicklung der mathematischen Logik und Grundlagen der Mathematik dem Werk Freges gleich 33 Seiten widmet,<sup>23</sup> darf man wohl von einer endlich beginnenden Rezeption dieses Werkes sprechen.

Dann allerdings ruht die Befassung mit Freges Werk für 20 Jahre fast völlig, bis sie Anfang der dreißiger Jahre in einer Reihe von Dissertationen wieder aufgenommen wird: 1932 in der wohl ganz auf Eigeninitiative zurückgehenden Dissertation von Wilma Papst über *Gottlob Frege als Philosoph*, 1934 und 1935 in den Dissertationen von Friedrich Bachmann bzw. Hermann Schweitzer, beide Schüler und Mitarbeiter von Heinrich Scholz in Münster, dem zweifellos das Hauptverdienst an der Wiederbelebung des Interesses an Frege und an der Begründung einer eigenen Fregeforschung zukommt. Ihm gelang durch intensive Nachforschungen die Auffindung von Freges Adoptivsohn Alfred Frege, der 1935 den gesamten bei ihm befindlichen nichtbrieflichen Nachlass Freges Heinrich Scholz übergab, damit dieser ihn mit seinen Mitarbeitern sichte, auf Publikationswürdigkeit prüfe und der Universitätsbibliothek in Münster zur Aufbewahrung übergebe.

Darüber konnten Scholz und Bachmann auf dem Internationalen Kongress für wissenschaftliche Philosophie in Paris 1935 berichten,<sup>24</sup> zugleich über den von Alfred Frege der Sammlung Darmstaedter übergebenen Teil der wissenschaftlicher Korrespondenz Freges und über Russells Schenkung von zehn an ihn gerichteten Originalbriefen Freges an das Philosophische Seminar B in Münster. Scholz begann mit den Vorbereitungen für die Veröffentlichung einer Auswahl aus Freges nachgelassenen Texten und seiner „Kleinen Schriften“. Aus dem Plan, schon 1937 zwei Bände vorzulegen, wurde aber nichts, dann kam der Krieg, und gegen Ende desselben eine Katastrophe auch für die Wissenschaft: als bei einem Bombenangriff auf Münster am 25. März 1945 die Universitätsbibliothek schwer getroffen wurde, verbrannte fast der gesamte, dort deponierte Fregesche Nachlass, übrigens zusammen mit Ernst Schröders wissenschaftlichem Nachlass, den Scholz ebenfalls hatte nach Münster holen

können. Erhalten blieben nur ein andernorts gelagerter Teil und eine Reihe von Abschriften; sie sind 1969 und in zweiter erweiterter Auflage 1983 als *Nachgelassene Schriften* erschienen, gefolgt von Freges *Wissenschaftlichem Briefwechsel* 1976.

Nach meinem persönlichen Urteil ist das Einsetzen einer Frege-Renaissance nach dem Zweiten Weltkrieg das Verdienst „analytischer“ Philosophen in Großbritannien und den USA, angeregt vielleicht durch dort schon länger lehrende logische Empiristen wie Rudolf Carnap, der noch selbst bei Frege in Jena Vorlesungen besucht hatte. Ich erinnere mich aus meiner Studienzeit noch des tiefen, etwas irritierenden Eindrucks, den das Erscheinen von Freges *Grundlagen der Arithmetik* in einer sogar zweisprachigen Klassiker-Ausgabe bei Blackwell in Oxford und in der Philosophical Library in New York 1950 machte – mit einander gegenübergestellten Seiten des deutschen Originaltextes und der englischen Übersetzung von John L. Austin (der bei uns vor allem durch seine Beiträge zur Sprechakttheorie bekannt geworden ist). Nach der begeisterten Aufnahme dieses Bandes folgten schon 1952 (in gleicher Aufmachung und bei den gleichen Verlagen) die von Peter Geach und Max Black vorgenommenen *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, die mit Neuauflagen 1960 und 1980 im englischsprachigen Bereich 45 Jahre lang maßgebend blieben und erst 1997 durch eine erweiterte Neuausgabe von Michael Beaney ersetzt worden sind.

In Deutschland, wo man sich nicht einmal in dem großen *Philosophen-Lexikon*<sup>25</sup> von Ziegenfuß über Frege informieren konnte (weil es gar keinen Eintrag über Frege enthält) erschienen 1961 als unkommentierter schlichter Nachdruck *Die Grundlagen der Arithmetik*, 1962 in einer von Günther Patzig gut kommentierten wohlfeilen Ausgabe der *Kleinen Vandenhoeck-Reihe* fünf wichtige Aufsätze Freges, 1966 gefolgt von seinen *Logischen Untersuchungen*, und Ignacio Angelelli gab 1964 Freges *Begriffsschrift* mit ergänzenden Texten sowie 1967 Freges *Kleine Schriften* heraus, mit einer zweiten Auflage 1990. Natürlich regten diese jetzt leicht greifbaren Schriften die Beschäftigung mit Frege an, so dass beispielsweise im Jahre 1965 gleich drei Dissertationen über Frege an deutschen Universitäten abgeschlossen wurden (die von Peter Hinst in München, die von Siegfried Maser in Stuttgart und meine eigene in Erlangen). 1967 wurden auch Ignacio Angelellis drei Jahre zuvor bei Bocheński in Fribourg

als Dissertation eingereichten *Studies on Gottlob Frege and Traditional Philosophy* im Druck zugänglich, ein mit seiner Fragestellung bis heute nicht überholtes wichtiges Werk, von dem eine deutsche Übersetzung leider schon seit 1986 bei einem deutschen Verlag auf seine Veröffentlichung wartet, so dass man auch bei ihm, wenn es je erscheinen sollte, von einer späten Wirkung wird sprechen müssen.

Angelelli hielt den Eröffnungsvortrag auf dem von mir 1973 in Bad Homburg veranstalteten ersten Frege-Symposium, dem erst 1991 ein zweites, von Matthias Schirn in München organisiertes folgte. Aber in den Jahren dazwischen hatten auch Frege-Konferenzen in der DDR internationales Interesse gefunden: 1979 eine zur Hundertjahrfeier der *Begriffsschrift* in Jena veranstaltete Tagung, 1984 eine zum Jubiläum der *Grundlagen der Arithmetik* in Schwerin (mit einer Exkursion nach Wismar zur Grabstätte Freges und nach Bad Kleinen), später die mittlerweile wohlbekannten Jenaer Frege-Symposien 1989, 1991, 1993 (zum Gedenken an Freges *Grundgesetze der Arithmetik*) und 1996.

Freges Schriften sind heute sämtlich greifbar und in viele europäische und außereuropäische Sprachen (wie z.B. ins Japanische) übersetzt. Die Literatur über Frege ist zu einer Lawine angeschwollen, die selbst von Fregeforschern nicht mehr bewältigt werden kann. Diese nun wirklich nicht mehr zu übersehende Wirkung Freges hat neben der erfreulichen, die verdiente Anerkennung eines bedeutenden Mannes zeigenden Seite auch eine Kehrseite. Zu ihr gehören neben der von einem bekannten Experten stammenden ironischen Anspielung auf die „Frege-Industrie“ auch Trotzreaktionen in Gestalt ganzer Bücher, die vor einer Überschätzung Freges warnen oder ihn gar (ein besonders extremes Beispiel) als Stümper selbst auf logischem und mathematischem Gebiet entlarven möchten – mit mäßigem Erfolg, wie ich an dieser Stelle versichern darf.

Dennoch stellt sich angesichts solcher Kontroversen die Frage, welches Bild wir uns denn nun wirklich von Frege machen sollten. Dazu will ich abschließend meine Meinung sagen, mich aber angesichts des begrenzten Textumfangs mit einigen groben Konturen dieses Bildes begnügen. Keinen Zweifel gibt es daran, dass Frege die klassische Quantorenlogik geschaffen hat, und zwar ohne Vorbild und Vorläufer und in einer noch heute bewundernswerten Vollkommenheit. Die Präzision der Begriffsbildungen und Schlussregeln seines Logikkalküls, der *Begriffsschrift*, ist in seiner Zeit beispiellos, und wenn man



Professor Kreislers Formulierung, Frege sei „seiner Zeit voraus“ gewesen, irgendwo sicher belegen kann, dann am Niveau seiner Forderungen an die Syntax einer formalen Sprache. Kurt Gödel hat sich nicht gescheut, in einer Würdigung der mathematischen Logik Russells an den berühmten *Principia Mathematica* zu kritisieren, dass ihr Mangel an formaler Präzision in den Grundlagen „verglichen mit Frege einen beträchtlichen Rückschritt darstellt“.<sup>26</sup>

Hätte dann Frege nicht vor allem ein großer Mathematiker sein müssen? Nun, er hat sich in der Mathematik deren Grundlagen als Arbeitsgebiet gewählt, und dessen Grenzen reichen weit hinein in die Philosophie. Dennoch haben die letzten Jahre einige überraschende Einblicke in Freges mathematische Fruchtbarkeit gebracht, etwa bei seinen Entdeckungen in der Theorie der halbgeordneten Gruppen,<sup>27</sup> oder bei der Antizipation wichtiger Ergebnisse der modernen Iterationstheorie in seiner Habilitationsschrift.<sup>28</sup> Eine ganze Forschergruppe befasst sich seit Jahren mit der Frage, wie weit man im Fregeschen Aufbau der Arithmetik kommt, wenn man statt seines umstrittenen Abstraktionsprinzips das sogenannte Humesche Prinzip als Axiom nimmt, dass die Anzahl der unter einen Begriff F fallenden Gegenstände gleich der Anzahl der unter einen Begriff G fallenden Gegenstände sei, wenn und nur wenn die unter F fallenden Gegenstände sich den unter G fallenden umkehrbar eindeutig zuordnen lassen.

So interessant das alles sein mag, Frege wäre damit nicht zufrieden gewesen. Ihm ging es nicht um die Erweiterung des Satzbestandes der Mathematik, ihm ging es um mathematische Erkenntnis. So eindeutig also die sichere Grundlegung der *Mathematik* das ihn leitende Ziel war, es sind doch *erkenntnistheoretische* Einsichten, von denen er hoffte, dass sie ihn zu diesem Ziel führen würden. Seine Semantik, also seine Bedeutungstheorie und seine Sprachphilosophie sind von Frege als Mittel auf diesem Weg entwickelt worden. Freges Größe liegt nicht zuletzt darin, *wie* er dies getan hat, in der Schlichtheit und Klarheit seiner Sprache, die Wahrhaftigkeit und Redlichkeit des Denkens spiegelt. „Es gibt gewisse Texte in der Philosophie“, so hat Günther Patzig in der Einleitung zu seiner kleinen Sammlung Fregescher Aufsätze gesagt, „bei deren Studium der hinreichend vorbereitete Leser unwiderstehlich in die intellektuelle Bewegung, die man Philosophieren nennt, hereingezogen wird, und solche Texte dürfen mit Recht klassische philosophische Texte heißen. In diesem Sinne ist

Frege ein Klassiker der Philosophie.“<sup>29</sup> Frege hat – so möchte ich fortfahren – nicht nur in die Grundlagen der Mathematik, sondern auch in die Philosophie ein Verantwortungsbewusstsein für Reden und Argumentieren eingeführt, das heute, ja vielleicht jederzeit gefährdet erscheint, um dessen Erhaltung zu kämpfen sich aber lohnt. Diese Einsicht ist eine Wirkung der Lebensarbeit Freges, und ihre Verbreitung hat lange auf sich warten lassen. Aber eine Einsicht, wenn sie von dieser Qualität ist, kommt niemals zu spät.

## Anmerkungen

---

1. Lothar Kreiser, „Gottlob Frege – Mensch, Familie, Werk“. Eröffnungsvortrag zur *Frege-Ehrung 1998 in der Hansestadt Wismar* am 28. Februar 1998. Ein Teil der damals vorgetragenen Informationen findet sich auch in §3 („Der Wissenschaftler Gottlob Frege“) in Lothar Kreiser, *Die Freges in Wismar*, Wismarer Frege-Reihe der Hochschule Wismar, Heft 01/2010, 18–22.
2. Heinrich Scholz, „Gottlob Frege“, *Weltwacht der Deutschen*, Jg. 1941, Nr. 2, 4; wiederabgedruckt in: ders., *Mathesis Universalis. Abhandlungen zur Philosophie als strenger Wissenschaft* (Schwabe & Co.: Basel 1961), 268–278, 268.
3. Paul Lorenzen, *Die Entstehung der exakten Wissenschaften* (Springer: Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960; *Verständliche Wissenschaft*, Band 72), 156.
4. Ivor Grattan-Guinness, „Living together and living apart. On the interactions between mathematics and logics from the French Revolution to the First World War“. *South African Journal of Philosophy* 7 (1988), 73–82, und im gleichen Sinne auch in anderen Arbeiten desselben Autors. Dem Ansatz liegt eine bewusste Entscheidung für den Primat des „influence“ vor dem „achievement“ zu Grunde.
5. Gottlob Frege, *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*, Band I (Hermann Pohle: Jena 1893), XI.
6. *Grundgesetze der Arithmetik*, Band I (wie Anm. 5), XI Anm.
7. Hermann von Helmholtz, „Zählen und Messen erkenntnistheoretisch betrachtet“, in: *Philosophische Aufsätze Eduard Zeller zu seinem fünfzigjährigen Doctor-Jubiläum gewidmet* (Fues’s Verlag (R. Reisland); Leipzig 1887), 15–52.
8. Leopold Kronecker, „Ueber den Zahlbegriff“, in: *Philosophische Aufsätze Eduard Zeller zu seinem fünfzigjährigen Doctor-Jubiläum gewidmet* (Fues’s Verlag (R. Reisland): Leipzig 1887), 261–274.
9. Georg Leonhard Rabus, *Die neuesten Bestrebungen auf dem Gebiete der Logik bei den Deutschen und Die logische Frage*, Andreas Deichert: Erlangen 1880 (Frege auf S. 130 f.).
10. Ernst Schröder, *Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik)*. Erster Band, B.G. Teubner: Leipzig 1890. Zu Frege auf S. 704 im „Literaturverzeichniss nebst Bemerkungen“.
11. Edmund Husserl, „Freges Versuch“. In: ders., *Philosophie der Arithmetik*. Erster [= einziger] Band (C.E.M. Pfeffer (Robert Stricker): Halle a.S. 1891), 129–135.

12. Diese Briefwechsel wurden während der folgenden Zeiträume geführt: mit Moritz Pasch 1894–1906, mit Giuseppe Peano 1894–1903, mit David Hilbert 1895–1909, mit Louis Couturat 1899–1906, mit Alwin Korselt 1903/1920, mit Philip E.B. Jourdain 1902–1914, mit Giovanni Vailati 1904–06, mit Leopold Löwenheim 1908(?)–1910, mit Edmund Husserl 1891–1907, mit Bertrand Russell 1902–1912, mit Ludwig Wittgenstein 1913–1919 und mit Richard Höningwald 1925.

13. Vgl. Walter Hoering, „Frege und die Schaltalgebra“, *Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung* 3 (1957), 125–126.

14. Mit den formalen Mitteln der heutigen Mathematik ausgedrückt heißt eine reelle Funktion  $f: R \mapsto R$  (bzw. deren Graph oder Kurve) überall stetig, falls gilt:

$$\bigwedge_{x \in R} \bigwedge_{\varepsilon > 0} \bigvee_{\delta > 0} \bigwedge_{y \in R} |x - y| < \delta \rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon.$$

Dabei ist  $\bigwedge$  der All-Quantor und  $\bigvee$  der Existenz-Quantor. Nach den Quantoren folgen tiefgestellt die entsprechenden Wirkungsbereiche der Variablen.

15. William und Martha Kneale bezeichnen in ihrem Standardwerk *The Development of Logic* (Clarendon Press: Oxford 1962, 434) Freges Begriffsschrift als „the greatest single achievement in the history of the subject“, und Michael Dummett nennt in *Frege. Philosophy of Language* (Duckworth: London 1973, XV) Freges Quantifikationstheorie „the deepest single technical advance ever made in logic“.

16. Giuseppe Peano, *Notations de logique mathématique. Introduction au Formulaire de Mathématique* (Turin 1894), 21: „Les indices au signe  $\supset$  satisfont à des lois qu'on n'a pas encore suffisamment étudiées. Cette théorie déjà abstruse par elle-même, le devient encore plus si l'on n'accompagne pas ces règles par des exemples.“

17. Vgl. Bertrand Russell, „Some Philosophical Contacts“ [= Six Autobiographical Talks, II], in: ders., *Portraits from Memory and other Essays* (Allen & Unwin: London 1956), 23–29. Bei der Erinnerung an seine Lektüre des ersten Bandes der *Grundgesetze* bemerkt Russell (S. 25): „I was repelled by the crabbed symbolism which he had invented“.

18. Kreiser 2010 (vgl. Anm. 1), 22.

19. „The logical and arithmetical doctrines of Frege“ ist der Titel des genannten Anhangs der *Principles*.

---

20. “[...] it seems very likely that this is the true solution”: Bertrand Russell, *The Principles of Mathematics* (Cambridge University Press: Cambridge 1903 [“vol. I”], 496; Allen & Unwin: London <sup>2</sup>1937, 522).

21. So sagt er 1946 von Frege: “in spite of the epoch-making nature of his discoveries, he remained wholly without recognition until I drew attention to him in 1903.” (Bertrand Russell: *History of Western Philosophy and its connection with Political and Social Circumstances from the Earliest Times to the Present Day*, Allen and Unwin: London 1946, 858).

22. Alfred North Whitehead / Bertrand Russell, *Principia Mathematica* (Cambridge University Press: Cambridge I 1910, II 1912, III 1913), Band I, viii.

23. Philip E.B. Jourdain, “The Development of the Theories of Mathematical Logic and the Principles of Mathematics. Gottlob Frege”, *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* 43 (1912), 237–269.

24. Heinrich Scholz / Friedrich Bachmann, „Der wissenschaftliche Nachlaß von Gottlob Frege“, *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique, Sorbonne, Paris. VIII: Histoire de la logique et de la philosophie scientifique* (Hermann & Cie.: Paris 1936; *Actualités scientifiques et industrielles*, 395), 24–30.

25. Werner Ziegenfuß / Gertrud Jung, *Philosophen-Lexikon*, I–II, Walter de Gruyter: Berlin 1949/1950.

26. Kurt Gödel, “Russell’s Mathematical Logic”, in: Schilpp, Paul Arthur (ed.), *The Philosophy of Bertrand Russell* (Northwestern University: Evanston/Chicago 1944; *The Library of Living Philosophers*, vol. V), 123–153, 126: “It is to be regretted that [...] it is so greatly lacking in formal precision in the foundations [...] that it presents in this respect a considerable step backwards as compared with Frege.”

27. Vgl. S.A. Adeleke / M.A.E. Dummett / Peter M. Neumann, “On a Question of Frege’s about Right-Ordered Groups”, *Bulletin of the London Mathematical Society* 19 (1987), 513–521; ferner die teils gekürzte, teils erweiterte Fassung unter gleichem Titel in Michael Dummett, *Frege and Other Philosophers* (Clarendon Press: Oxford 1991), 53–64.

28. Vgl. Detlef Gronau, “Gottlob Frege, a Pioneer in Iteration Theory”, in: ITERATION THEORY (ECIT 94), *Proceedings of the European Conference on Iteration Theory 1994* (ECIT 1994), ed. L. Reich et al., *Grazer Math. Ber.* 334 (1997), 105–119: sowie jetzt auch ders., „Gottlob Freges Beiträge zur Iterationstheorie und zur Theorie der Funktionalgleichungen“, in: Gottfried

---

Gabriel / Uwe Dathe (eds.), *Gottlob Frege. Werk und Wirkung*. [...] (mentis: Paderborn 2000). 151–169.

29. Günther Patzig in seinem Vorwort zu Gottlob Frege, *Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien* (Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen 1962; *Kleine Vandenhoeck-Reihe* 144/145), 15.

## **Autor**

**Prof. em. Dr. phil. Christian Thiel**

Institut für Philosophie  
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
Bismarckstr. 1  
D-91054 Erlangen

Privat:  
Spardorfer Str. 45  
D-91054 Erlangen  
E-Mail: [thiel-erlangen@t-online.de](mailto:thiel-erlangen@t-online.de)

---

**WFR - Wismarer Frege-Reihe / Wismar Frege Series**  
**Herausgeber und Redakteur Dieter Schott, ISSN 1862-1767**

WFR-Publikationen zu Gottlob Frege von 2006 – 2021

- Heft 02/2006 Bertram Kienzle: Der Ursprung der modernen Logik und Semantik bei Gottlob Frege, Juni 2006.
- Heft 03/2006 Dieter Schott (Hrsg.): Wanderungen zu Ehren von Gottlob Frege – Ein Resümee nach 20 Jahren, November 2006..
- Heft 01/2008 Dieter Schott (Hrsg.): Gottlob Frege – Leistungen und Wirkungen, Frege-Kolloquium zum Hochschuljubiläum, Juni 2008.
- Heft 02/2008 Heinz-Helmut Bernd: Hauptfach Mathematik. Über Neuhumanismus, Wertewandel und heutige Befindlichkeiten. Gottlob Frege – Bildungsbürger im Systemwechsel, November 2008.
- Heft 01/2009 Dieter Schott (Hrsg.): Gottlob Frege – Mathematiker, Logiker und Philosoph, Sonderheft für Frege-Preisträger, Juli 2009.
- Heft 05/2009 Bertram Kienzle: Frege und die Zahlen, Juni 2009.
- Heft 01/2010 Lothar Kreiser: Die Freges aus Wismar, Juni 2010.
- Heft 04/2010 Achim Trebeß (Hrsg.): Gottlob Freges politisches Tagebuch und die Hochschule Wismar - die zu kurze Geschichte einer Diskussion, Juni 2010.
- Heft 01/2011 Harald Thrans: Denkt doch einmal logisch! Wissenswertes und Nachdenkliches über die Mathematik, über die Logik und über Gottlob Frege, Januar 2011.
- Heft 02/2013 Dieter Schott (Ed): Contributions dedicated to FREGE on the occasion of the 3<sup>rd</sup> International Gottlob Frege Conference in Wismar.
- Heft 03/2015 Christian Frege: Familie und Abstammung von Professor Gottlob Frege, Dezember 2015.
- Heft 03/2016 Dieter Schott: Mit dem Drahtesel auf Freges Spuren. Eine Kultur- und Bildungsreise der besonderen Art.  
 Tabea Rohr: Einleitungsvortrag zu Gottlob Frege, Mai 2016.
- Heft 01/2020 Dieter Schott: Das Mathematikabitur von Gottlob Frege, Dezember 2020.
- Heft 03/2020 Dieter Schott (Hrsg.): Beiträge zum Festkolloquium 20 Jahre Gottlob-Frege-Zentrum, Wismar, November 2020.
- Heft 01/2021 Christian Thiel: Gottlob Freges späte Wirkung, September 2021.









## **Herausgeber und Redakteur**

Prof. Dr. rer. nat. habil. Dieter Schott  
Gottlob-Frege-Zentrum  
Fakultät für Ingenieurwissenschaften  
Hochschule Wismar  
Philipp-Müller-Str. 14  
D - 23966 Wismar  
Telefon: ++49 / (0)3841 / 753 7333  
Fax: ++49 / (0)3841 / 753 7130  
E-Mail: [dieter.schott@hs-wismar.de](mailto:dieter.schott@hs-wismar.de)

## **Vertrieb:**

Direkt über den Herausgeber oder das Gottlob-Frege-Zentrum

ISSN 1862-1767